Eigenes Exemplar

Sonderdruck aus:

METHODS OF OPERATIONS RESEARCH

44

Editorial Board
RUDOLF HENN, KARLSRUHE
PETER KALL, ZÜRICH
HEINZ KÖNIG, SAARBRÜCKEN
BERNHARD KORTE, BONN
OLAF KRAFFT, AACHEN
KLAUS NEUMANN, KARLSRUHE
WERNER OETTLI, MANNHEIM
KLAUS RITTER, STUTTGART
JOACHIM ROSENMÜLLER, BIELEFELD
NORBERT SCHMITZ, MÜNSTER
HORST SCHUBERT, DÜSSELDORF
WALTER VOGEL, BONN

Verlagsgruppe
ATHENÄUM / HAIN /
SCRIPTOR / HANSTEIN

OELGESCHLAGER,
GUNN & HAIN

STOCHASTISCHE PROJEKTPLANUNG UND MARKETINGPROBLEME

Wolfgang GAUL
Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung,
Universität Karlsruhe (TH), 7500 Karlsruhe

ABSTRACT

Standard-Modelle der Projektplanung (z.B. CPM, MPM, PERT) finden auch bei Problemstellungen aus dem Marketingbereich Verwendung. Falls die Aktivitätszeitdauern als Zufallsvariable aufgefaßt werden, kann mittels der Theorie der stochastischen Optimierung ein neues Projektplanungsmodell beschrieben werden, wobei sich die typische Planungssituation, daß Vorgabezeiten unter Kostengesichtspunkten für die zufälligen Aktivitätszeitdauern zu planen sind, bevor deren Zufallsrealisationen bekannt sind, als "two-stage stochastic programming model with simple recourse" formulieren läßt.
Das unter Zugrundelegung diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Aktivitätszeitdauern vorgeschlagene Lösungsverfahren besteht aus einer Folge von nichtstochastischen Standard-Projektplanungsmodellen vom Fulkerson-Typ, deren Dimension von der Anzahl der Zufallsrealisationen unabhängig ist.
Der neue Ansatz wird an einem Beispiel aus dem Marketingbereich erläutert.

Keywords: Marketing, Projektplanung, Stochastische Optimierung.

EINFÜHRUNG

Zu Beginn der sechziger Jahre hat eine rasche Verbreitung graphentheoretischer Methoden stattgefunden, für einen Überblick unter Berücksichtigung wirtschaftswissenschaftlicher Anwendungen siehe man z.B. Henn (1968). Unter diesem Aspekt ist auch der Einsatz der Ende der fünfziger Jahre entwickelten Projektplanungsmethoden CPM, PERT, MPM zu sehen, deren Anwendungsmöglichkeiten im Marketingbereich - insbesondere bei der Einführung neuer Produkte, bei der Werbung, in der Marktforschung -

z.B. in Disch, Hrsg. (1968) erläutert werden. Die Bedeutung der Projektplanung für Marketingentscheidungen wird auch im folgenden immer wieder betont, siehe z.B. Foullon-Matzenauer (1970), Böcker (1974), Dichtl (1975), Hammann (1975), Craemer (1978), Nieschlag/Dichtl/Hörschgen (1979). In frühen Phasen eines Marketingentscheidungsprozesses, wo Unsicherheit und unvollkommene Information vorherrschen, könnte statt der Verwendung der Standard-Modelle, die eine fest vorgegebene Netzplanstruktur und deterministische Aktivitätszeitdauern bzw. Schätzungen oder die Kenntnis des Erwartungswertes und der Varianz derselben im stochastischen Fall benötigen, als allgemeineres Modell z.B. GERT Berücksichtigung finden, siehe Samli/Bellas (1971), Helber (1977) und die die mathematischen Grundlagen stärker betonenden Darstellungen von Opitz/Schader (1975), Neumann/Steinhardt (1979). Nenning (1978) weist auf die bei Benutzung eines solchen allgemeineren Modells auftretenden Implementierbarkeitsprobleme hin. Selbst bei einer Einschränkung der Betrachtungsweise dahingehend, daß stochastische Aspekte nur über die zufälligen Aktivitätszeitdauern Berücksichtigung finden, bleibt die mathematische Behandlung des Problems aufwendig genug. Da die Bestimmung der Verteilungsfunktion der Projektzeitdauer aus der Kenntnis der Verteilungsfunktionen der einzelnen Aktivitätszeitdauern schwierig ist, hat man sich mit Schranken für die erwartete Projektzeitdauer begnügt, siehe z.B. Gaul (1981 a), für einen umfassenden Überblick Gaul (1981 b). In Cleef/Gaul (1981) wird mittels der Theorie der stochastischen Optimierung ein neues Projektplanungsmodell beschrieben. Es handelt sich um ein Entscheidungsmodell, wo Vorgabezeiten unter Kostengesichtspunkten für die zufälligen Aktivitätszeitdauern zu planen sind, bevor deren Zufallsrealisationen bekannt sind. Bei Fehlplanung entstehen Kompensationskosten, Ziel ist deshalb die Minimierung der erwarteten Kompensationskosten und eines nichtstochastischen Kostenanteils. Das Modell wird immer dann mit Erfolg eingesetzt werden können, wenn zwar die grundsätzlichen Entscheidungen bzgl. der Netzplanstruktur gefallen sind, aber die Zufallsrealisationen der Aktivitätszeitdauern noch unbekannt sind. Ein weiterer Vorteil ist die Anpassungsfähigkeit an den fortschreitenden Planungsprozeß. Sind die ersten Zufallsrealisationen bekannt, können die zugehörigen Aktivitätszeitdauern als deterministische Größen behandelt werden und für die noch ausstehenden Zufallsrealisationen neue angepaßte Vorgabezeiten geplant werden.

Bei Zugrundelegung diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Aktivitätszeitdauern besteht das Lösungsverfahren aus einer Folge von deterministischen Standard-Projektplanungsmodellen vom Fulkerson-Typ, deren Dimension von der Anzahl der Zufallsrealisationen unabhängig ist. Im folgenden wird dieses Modell an einem der zitierten Literatur entstammenden Marketingbeispiel erläutert.

PROBLEMFORMULIERUNG UND MARKETINGBEISPIEL

Für Projektplanungsprobleme haben sich graphentheoretische Hilfsmittel als nützlich erwiesen. Für Projekte der hier betrachteten Art beschreibe der endliche, zusammenhängende, azyklische, gerichtete Graph

$$D_{s,t} = (P, A, f)$$

mit der Punktmenge P, der der Menge der Aktivitäten entsprechenden Kantenmenge A und der Inzidenzabbildung $f = (f^1, f^2)$ mit $f^i: A \longrightarrow P$, $i = 1, 2$ ($f^1(a), f^2(a)$ bezeichnet den Anfangs-, Endpunkt der Kante a) den zugehörigen Netzplan.
s mit $\{a \mid f^2(a) = s\} = \emptyset$ beschreibt den Startpunkt,
t mit $\{a \mid f^1(a) = t\} = \emptyset$ den Endpunkt des Projektes. Es sind die einzigen Punkte dieser Art. Nebenbedingungen in der Aufeinanderfolge der einzelnen Aktivitäten werden durch die Graphenstruktur berücksichtigt, wobei manchmal Scheinaktivitäten mit Aktivitätszeitdauer Null hinzugenommen werden müssen. Fig. 2 zeigt den im folgenden behandelten Beispielgraphen.
$(Y_a, a \in A)$ ist ein Zufallsvektor auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathfrak{S}, Pr)$, dessen Komponenten die Aktivitätszeitdauern angeben, die die Ausführungszeiten für die Aktivitäten unter standardisierten Bedingungen beschreiben. Es gilt

$$Pr(Y_a \geq y_a^o) = 1, \quad a \in A,$$

wobei $y_a^o \geq 0$ die kürzestmögliche Ausführungszeit für Aktivität

a bedeutet.
Im einfachsten Fall, bei deterministischer Betrachtungsweise, besitzt Y_a eine ausgeartete Verteilung an der Stelle $y_a \geq y_a^o$. Dieser nichtstochastische Ansatz wird in Fulkerson (1961) in folgender Weise behandelt: Für eine Ausführung unter standardisierten Bedingungen kann die Zeitdauer y_a mit den dazugehörigen Kosten angegeben werden, eine kürzere Ausführung verursacht höhere Kosten, die Kostenänderung kann in guter Näherung durch eine lineare Funktion

$$c(d_a) = b_a - o_a\, d_a, \qquad d_a \in [y_a^o, y_a]$$

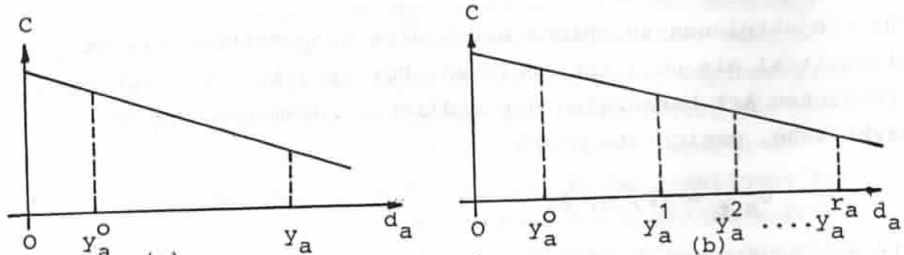

Fig. 1

wiedergegeben werden, siehe Fig. 1(a), die die bei einer Ausführungszeit von d_a Einheiten entstehenden Kosten beschreibt. Da i.d.R. die Projektzeitdauer einer Beschränkung $\lambda > 0$ unterliegt, können u.U. nicht für alle Aktivitäten die kostengünstigsten Ausführungszeiten gewählt werden. Die Planungsaufgabe besteht in einer kostenoptimalen Auswahl von Vorgabezeiten $d_a \in [y_a^o, y_a]$, $a \in A$.
Offensichtlich kann aber trotz standardisierter Bedingungen die Ausführungszeit für einzelne Aktivitäten nur als (nichtausgeartete) Zufallsvariable aufgefaßt werden.
In diesem in dieser Arbeit behandelten allgemeineren Fall, bei stochastischer Betrachtungsweise, sei A_d, A_z eine Partition der Menge A in die Teilmengen mit deterministischen bzw. zufälligen Aktivitätszeitdauern. Man beachte, daß $A_z = \emptyset$ gerade den Fulkerson-Ansatz beschreibt und A_d die Scheinaktivitäten enthält. Unter Zugrundelegung endlich-diskreter Wahrscheinlichkeitsverteilungen für $a \in A_z$ bezeichnen

$$y_a^k \text{ mit } Pr(Y_a=y_a^k) = p_a(k)>0, \quad k=1,..,r_a, \quad \sum_{k=1}^{r_a} p_a(k)=1,$$

die Zufallrealisationen und zugehörigen Wahrscheinlichkeiten mit

$$0 \le y_a^0 < y_a^1 < \ldots < y_a^{r_a} < y_a \quad (= y_a^{r_a+1} = \max\{\max\{y_a^{r_a}\},\lambda\}+1)$$

$$p_a(0) = p_a(r_a+1) = 0 \,.$$

Wieder besteht die Planungsaufgabe in der kostenoptimalen Auswahl von Vorgabezeiten $d_a \in [y_a^0, y_a]$, siehe zusätzlich Fig. 1(b), die aber vor dem Bekanntwerden der Zufallsrealisationen durchzuführen ist. Die dadurch bedingte zwangsläufige Fehlplanung muß kompensiert werden. Hier wird, um ein spezielles Modell der stochastischen Optimierung anwenden zu können, für die Kompensationskosten der Ansatz

$$\varphi_{d_a}(y_a^k) = \begin{cases} q_a^+(y_a^k-d_a) & > \\ 0 & , \; y_a^k = d_a, \quad a \in A_z, \\ -q_a^-(y_a^k-d_a) & < \end{cases}$$

gewählt, wobei d_a die Vorgabezeit, y_a^k die danach eintretende Realisation und q_a^+, q_a^- Kompensationskostenterme beschreiben, für die

$$-q_a^+ < q_a^- \le 0_a, \quad a \in A_z,$$

gelten muß, eine Bedingung, die sich bei Betrachtung der verschiedenen Kostenursachen gut interpretieren läßt. Falls für die zufälligen Y_a endliche Erwartungswerte existieren, besitzen auch die φ_{d_a} endliche Erwartungswerte.

Die zuvor genannte Planungsaufgabe kann dann dahingehend modifiziert werden, daß Vorgabezeiten $d_a \in [y_a^0, y_a]$, $a \in A$, gesucht werden, so daß die erwarteten Kompensationskosten und der nichtstochastische Kostenanteil minimiert werden. Man erhält folgendes lineares Optimierungsproblem

$$\sum_{a\in A_z}\left[\sum_{k=1}^{r_a} p_a(k)\left[q_a^+ u_a^+(k)+q_a^- u_a^-(k)\right]+c(d_a)\right]+\sum_{a\in A_d} c(d_a) = \text{Min!}$$

$$(1)\quad \begin{array}{lll} d_a + \Pi_{f^1(a)} - \Pi_{f^2(a)} & \le 0 & ,\ a\in A \\ -\Pi_s + \Pi_t & \le \lambda & \\ d_a + u_a^+(k) - u_a^-(k) & = y_a^k & ,\ a\in A_z,\ k=1,\dots,r_a \\ -d_a & \le -y_a^o & ,\ a\in A \\ d_a & \le y_a & ,\ a\in A \\ u_a^+(k),\ u_a^-(k) \ge 0 & & ,\ a\in A_z,\ k=1,\dots,r_a \end{array}$$

dessen Größe wesentlich von der Anzahl der Zufallsrealisationen abhängt.

Π_p, $p\in P$, beschreiben hier jeweils Zeiten, zu denen bzgl. der gewählten Vorgabezeiten d_a alle Aktivitäten a mit $f^2(a) = p$ ausgeführt sind.

Statt dieses "großen" Problems (1) betrachtet man eine Folge leicht handhabbarer Teilprobleme, deren Dimension von der Anzahl der Zufallsrealisationen unabhängig ist.

Sei $s_a \in \{0,1,\dots,r_a\}$, $a\in A_z$, gewählt und

$$\alpha_a = \begin{cases} y_a^{s_a} \\ y_a^o \end{cases},\quad \beta_a = \begin{cases} y_a^{s_a+1} \\ y_a \end{cases},\quad \gamma_a = \begin{cases} O(s_a) & a\in A_z \\ & \text{falls} \\ O_a & a\in A_d \end{cases}$$

mit $O(s_a) = q_a^+ - (q_a^+ + q_a^-)\Pr(Y_a \le y_a^{s_a}) + O_a$, $a\in A_z$.

Optimale Lösungen des folgenden Optimierungsproblems

$$(2)\quad \begin{array}{lll} \sum_{a\in A} \gamma_a d_a = \text{Max!} & & \\ d_a + \Pi_{f^1(a)} - \Pi_{f^2(a)} & \le 0 & ,\ a\in A \\ -\Pi_s + \Pi_t & \le \lambda & \end{array}$$

$$- d_a \qquad\qquad \le -\alpha_a \; , \quad a\in A$$

$$d_a \qquad\qquad \le \beta_a \; , \quad a\in A$$

sind zulässige Lösungen für (1). Zur Beantwortung der Frage, wann optimale Lösungen von (2) auch für (1) optimal sind, benötigt man das Dualprogramm zu (2)

$$\lambda\nu + \sum_{a\in A} \left[\beta_a g_a - \alpha_a h_a\right] = \text{Min!}$$

$$w_a + g_a - h_a = \gamma_a \qquad , \quad a\in A$$

$$(3) \qquad \sum_{\{a|f^1(a)=i\}} w_a - \sum_{\{a|f^2(a)=i\}} w_a = \begin{cases} \nu & , i = s \\ 0 & , i \neq s,t \\ -\nu & , i = t \end{cases}$$

$$w_a, g_a, h_a \geq 0, \quad a\in A$$

$$\nu \geq 0$$

Man kann zeigen, siehe Cleef/Gaul (1981):

Beschreibe d_a^*, $a\in A$, Π_p^*, $p\in P$, eine optimale Lösung von (2) und ν^*, w_a^*, g_a^*, h_a^*, $a\in A$, eine optimale Lösung von (3). Falls

$$(4) \qquad \begin{aligned} g_a^* &\le (q_a^+ + q_a^-)p_a(s_a + 1) \qquad , \quad a\in A_z \\ h_a^* &\le (q_a^+ + q_a^-)p_a(s_a) \qquad , \quad a\in A_z \text{ mit } s_a>0, \end{aligned}$$

gilt, beschreibt d_a^*, $a\in A$, Π_p^*, $p\in P$, eine optimale Lösung für (1).

Allerdings liefert (4) nur eine hinreichende Optimalitätsbedingung. Es ergibt sich also das Problem, wie die die Teilprobleme (2), (3) bestimmenden s_a, $a\in A_z$, zu ändern sind, falls (4) noch nicht erfüllt ist.

Die Änderungsvorschrift benutzt Eigenschaften des "out-of-kilter" Verfahrens zur Berechnung optimaler Netzwerkflüsse, siehe z.B. Ford/Fulkerson (1962). (3) kann nämlich als Zirkulationsproblem formuliert werden. Statt des Ausgangsgraphen

$D_{s,t} = (P,A,f)$ betrachtet man

$$(\tilde{P},\ \tilde{A},\ \tilde{f})$$

mit $\tilde{P} = P$

$$\tilde{A} = \{a_1 \mid a \in A\} \cup \{a_2 \mid a \in A\} \cup \{a_o\}$$

$$\tilde{f}(z) = \begin{cases} f(z) & , \quad z = a_k,\ a \in A,\ k = 1,2 \\ (t,s) & , \quad z = a_o \end{cases} \quad , \ z \in \tilde{A}$$

und das Problem

$$\sum_{z \in \tilde{A}} c_z w_z = \text{Min!}$$

$$(5) \qquad \sum_{\{z \mid \tilde{f}^1(z)=i\}} w_z - \sum_{\{z \mid \tilde{f}^2(z)=i\}} w_z = 0 \quad , \quad i \in \tilde{P}$$

$$0 \leq w_z \leq l_z \qquad z \in \tilde{A}$$

mit

$$c_z = \begin{cases} -\beta_a & , \quad z = a_1 \quad , \quad a \in A \\ \lambda & , \quad z = a_o \\ -\alpha_a & , \quad z = a_2 \quad , \quad a \in A \end{cases} \quad , \quad z \in \tilde{A}$$

$$l_z = \begin{cases} \gamma_a & , \quad z = a_1 \quad , \quad a \in A \\ \infty & , \quad \text{sonst} \end{cases} \quad , \quad z \in \tilde{A}$$

Die Formulierung (5) liefert das gesuchte Zirkulationsproblem, man überlegt leicht, daß (3) und (5) äquivalent sind.
Für Zirkulationsprobleme hat sich das "out-of-kilter" Verfahren bewährt. Es berechnet eine optimale Zirkulation w_z^*, $z \in \tilde{A}$, und zugehörige optimale Punktbewertungen τ_p^*, $p \in \tilde{P}$, für (5), aus denen man mittels

$$
(6)\qquad
\begin{aligned}
w_a^* &= w_{a_1}^* + w_{a_2}^* \\
g_a^* &= \gamma_a - w_{a_1}^* \qquad , \ a\in A, \\
h_a^* &= w_{a_2}^* \\
\nu^* &= w_{a_0}^*
\end{aligned}
$$

eine optimale Lösung für (3), bzw.

mittels

$$
(7)\qquad
\begin{aligned}
\Pi_p^* &= -\tau_p^* \qquad , \ p\in P \\
d_a^* &= \min\{\beta_a, \Pi_{f^2(a)}^* - \Pi_{f^1(a)}^*\} \qquad , \ a\in A
\end{aligned}
$$

eine optimale Lösung für (2) erhält.
Mit (6), (7) läßt sich die Optimalitätsbedingung (4) auf das Zirkulationsproblem (5) übertragen, man erhält

$$
(4')\qquad
\begin{aligned}
w_{a_1}^* &\geq \gamma_a - (q_a^+ + q_a^-)p_a(s_a+1) \qquad , \ a\in A_z \\
w_{a_2}^* &\leq (q_a^+ + q_a^-)p_a(s_a) \qquad , \ a\in A_z \text{ mit } s_a>0
\end{aligned}
$$

Ist (4') nicht erfüllt, bildet man folgende Partition von A_z

$$
(8)\qquad
\begin{aligned}
A_z^+ &= \{a\in A_z \mid 0 \leq w_{a_1}^* < \gamma_a - (q_a^+ + q_a^-)p_a(s_a+1)\} \\
A_z^- &= \{a\in A_z \mid w_{a_2}^* > (q_a^+ + q_a^-)p_a(s_a),\ s_a>0\} \\
A_z^o &= A_z \setminus (A_z^+ \cup A_z^-)
\end{aligned}
$$

und damit die Änderung

$$
s_a^{neu} = \begin{cases} s_a+1 & , \ a\in A_z^+ \\ s_a-1 & , \ a\in A_z^- \\ s_a & , \ a\in A_z^o \end{cases}
$$

Damit erhält man ein neues Zirkulationsproblem bzw. Standard-Projektplanungsmodell vom Fulkerson-Typ und über die mittels des "out-of-kilter"-Verfahrens berechneten neuen Optimallösungen (6), (7) die erneute Möglichkeit der Überprüfung der Optimalitätsbedingung (4) bzw. (4'). In Cleef/Gaul (1981) ist eine modifizierte "out-of-kilter" Version beschrieben, die das Auffinden einer optimalen Lösung über ein Abbruchkriterium mittel Berechnung nur weniger Teilprobleme ermöglicht. In allen berechneten Testbeispielen führte aber auch die hier beschrieben vereinfachte Vorgehensweise, eventuell bei einer größeren Anzahl zu berechnender Teilprobleme, zum Ziel.
Zur Erläuterung betrachten wir den Projektplan der Fig. 2, der mit den in Tab. 2 näher bezeichneten Aktivitäten in Nieschlag/Dichtl/Hörschgen (1979), siehe auch Dichtl (1975), als Beispiel für eine Zeitplanung bei der Einführung eines neuen Produktes benutzt wird. In Tab. 1 sind die für den hier beschriebenen Ansatz benötigten Daten aufgelistet. Bei den zufälligen Aktivitätszeitdauern ist darauf geachtet worden, daß die Erwartungswerte mit den deterministischen Aktivitätszeitdauern des Originalbeispiels übereinstimmen, für die sich ein kritischer Weg der Länge 26 errechnen läßt. Für λ = 26 zeigt der erste Teil von Tab. 2 die stochastische Projektplanung im Anfangsstadium. Beginnend mit $s_a = 0$, $a \in A_z$, (und den sich nicht verändernden $s_a \equiv 0$, $a \in A_d$) ergibt sich nach 6 Iterationen die Optimallösung d_a^*, $a \in A$. Für die Marktforschung a_1 werden 2 Zeiteinheiten, für die technische Planung a_3 werden 4 Zeiteinheite eingeplant, bei der nichtstochastischen Kapitalmarktforschung a_4 kann als Vorgabezeit die günstige Ausführungszeit unter standardisierten Bedingungen gewählt werden, beim Planen des Kundendienstnetzes geht die Vorgabezeit über die maximal zulässige Zufallsrealisation hinaus, d.h. diese Aktivität ist ni kritisch. Sind nach einer gewissen Zeit für einzelne a_i die ersten Zufallsrealisationen $y_{a_i}^{re}$ bekannt, kann man im Modell die zugehörigen Aktivitätszeitdauern als deterministische Größen mit $y_{a_i}^{o} = y_{a_i} = y_{a_i}^{re}$ auffassen und neue angepaßte Plandaten für die noch nicht durchgeführten Aktivitäten errechnen. Dies zeig der zweite Teil von Tab. 2 unter Zugrundelegung von $y_{a_1}^{re} = 4$, $y_{a_3}^{re} = 3$, $y_{a_5}^{re} = 5$. Auf Interpretationsmöglichkeiten wird hier aus Platzgründen und wegen der fiktiven Natur des Beispiels

verzichtet. Man überlege aber, daß für $a \in A_z$

die Bedingung $d_a \in (y_a^{r_a}, y_a^{r_a+1}]$ (die aufgrund von verfahrenstechnischen Überlegungen gewählte obere Schranke $y_a^{r_a+1}$ kann nie erreicht werden) bedeutet, daß die Aktivität a nie kritisch werden kann,

die Bedingung $d_a \in [y_a^o, y_a^1)$ (die aufgrund von verfahrenstechnischen Überlegungen gewählte untere Schranke y_a^o kann durch die zufällige Aktivitätszeitdauer nie realisiert werden) bedeutet, daß zur Einhaltung der Projektdauer-Schranke λ oder aus Kostengründen auf jeden Fall zusätzliche Kompensationsanstrengungen zur Verkürzung der Ausführungszeit unternommen werden sollten.

Aktivität	Realisationen bzw. y_{a_i} im det. Fall	Wahrscheinlichkeiten	$y^o_{a_i}$	b_{a_i}	o_{a_i}	$q^+_{a_i}$	$q^-_{a_i}$
a_1	1, 2, 3, 4, 5	0.4, 0.4, 0.05, 0.1, 0.05	0	500	30	5	- 1
a_2	1, deterministisch	-	1	50	2	-	-
a_3	2, 3, 4, 5, 6	0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2	1	450	25	16	0
a_4	2, deterministisch	-	0	50	10	-	-
a_5	1, 2, 3, 4, 5	0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2	0	2000	50	30	+50
a_6	2, deterministisch	-	2	60	5	-	-
a_7	2, deterministisch	-	0	100	10	-	-
a_8	1, 2, 3, 4, 5	0.05, 0.2, 0.5, 0.2, 0.05	0	500	30	25	15
a_9	1, 3, 5, 7, 9	0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2	0	250	7	8	7
a_{10}	0, Scheinvorgang	-	0	0	0	-	-
a_{11}	4, 5, 7, 8, 12	0.1, 0.2, 0.4, 0.2, 0.1	3	2500	70	10	70
a_{12}	2, 3, 4, 5, 6	0.4, 0.4, 0.05, 0.1, 0.05	1	200	6	13	2
a_{13}	2, 4, 5, 6, 8	0.05, 0.25, 0.4, 0.25, 0.05	1	1500	10	5	3
a_{14}	3, 4, 5, 6, 7	0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2	2	1000	10	13	- 2
a_{15}	3, deterministisch	-	3	1500	20	-	-
a_{16}	1, 2, 3, 4, 5	0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2	0	750	10	20	3

Projektdauer-Schranke λ = 26

Tab. 1

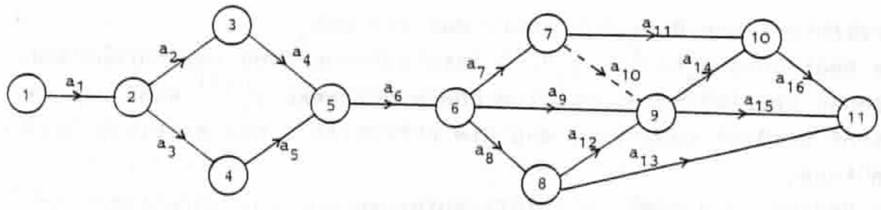

Fig. 2

Aktivität	Anfangsplanung		angepaßte Planung	
	$s^n_{a_j}$, $n = 0,1,\ldots,6$	$d^*_{a_j}$	$s^n_{a_j}$, $n = 0,1,\ldots,5$	$d^*_{a_j}$
Markt-forschung a_1	0 1 2 3 2 3 2	2	0 det.	4 re.
Invest. planung a_2	0 det.	1	0 det.	1
Techn. planung a_3	0 1 2 3 3 3 3	4	0 det.	3 re.
Kapitalmarkt-forschung a_4	0 det.	2	0 det.	2
Bau eines Prototyps a_5	0 1 2 3 3 3 3	4	0 det.	5 re.
Entscheidung über Einführung a_6	0 det.	2	0 det.	2
Finanz-planung a_7	0 det.	2	0 det.	2
Konstruktions-verbesserung a_8	0 1 2 3 3 3 3	4	0 1 2 3 3 4	4
Absatzplanung a_9	0 1 2 3 3 3 3	7	0 1 2 3 3 3	7
Scheinvorgang a_{10}	0 det.	0	0 det.	0
Erweiterung der Produktionsanl. a_{11}	0 1 2 3 4 4 4	10	0 1 2 3 4 4	9
Produktions-planung a_{12}	0 1 2 2 1 1 1	3	0 1 2 1 0 1	3
Kundendienst-netz a_{13}	0 1 2 3 4 5 5	10	0 1 2 3 4 5	8
Beschaffung d. Produktions-mittel a_{14}	0 1 2 3 2 1 2	5	0 1 2 2 1 2	4
Marketingmaß-nahmen a_{15}	0 det.	3	0 det.	3
Produktionsauf-nahme/Ausliefe-rung a_{16}	0 1 2 3 2 1 1	2	0 1 2 2 1 1	1
optimale Kosten		10 271.000		10 007.000

Tab. 2

REFERENCES

F. Böcker, Netzplantechnik in der Absatzwirtschaft, in: B. Tietz (Hrsg.) Handwörterbuch der Absatzwirtschaft (Stuttgart, 1974).

G. Buttler/E. Pechstein, Netzplantechnik als Instrument der betrieblichen Planung, WiSt 12 (1980).

H. J. Cleef/W. Gaul, Project Scheduling via Stochastic Programming, Diskussionspapier Nr. 35, Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung, Universität Karlsruhe (TH), 1981.

D. Craemer, Netzplantechnik im Marketing, in: J. Koinecke (Hrsg.) Handbuch Marketing, Bd. 1 (Gernsbach, 1978).

E. Dichtl, Die Bedeutung der Netzwerktechnik für die Einführung neuer Produkte, in: F. Böcker/E. Dichtl (Hrsg.) Erfolgskontrolle im Marketing (Berlin, 1975).

W. Disch (Hrsg.), Netzplantechnik im Marketing (Hamburg, 1968).

H. Foullon-Matzenauer, Netzplantechnik im Marketing, angewandt auf die Einführung eines neuen Produktes, IBM-Nachrichten, August 1970.

L. R. Ford/D. R. Fulkerson, Flows in Networks (Princeton, 1962).

D. R. Fulkerson, A Network Flow Computation for Project Cost Curves, Managment Science 7 (1961).

W. Gaul, Bounds for the Expected Duration of a Stochastic Project Planning Model, J. Infor. & Optimiz. Sc. 2 (1981 a).

W. Gaul, On Stochastic Analysis of Project-Networks, paper presented at: The Advanced Study and Research Institute on Theoretical Approaches to Scheduling Problems (Durham, 1981 b).

P. Hammann, Entscheidungsanalyse im Marketing (Berlin, 1975).

N. A. J. Hastings/ J. M. C. Mello, Decision Networks (New York, 1978).

C. Helber, Einführung neuer Produkte mit GERT, Der Markt Nr. 63 (1977).

R. Henn, Kostendigraphen und Projektplanung, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 124 (1968).

M. Nenning, Methodenkomlexität und Implementierbarkeit: Zusammenhänge, dargestellt am Beispiel der Planung von Entwicklung und Einführung neuer Produkte, in: E. Topritzhofer (Hrsg.) Marketing (Wiesbaden, 1978).