

Reinhold Decker/Wolfgang Gaul/Matthias Röhle

Berücksichtigung von Kaufvergangenheiten bei der Markenwahl

1. Problemstellung

Wichtige Voraussetzungen für die Ausgestaltung erfolgversprechender Marketing-Konzepte sind die Verfügbarkeit und Interpretierbarkeit geeigneter Informationen, z.B. über die gegenwärtige und zukünftige Wettbewerbssituation der auf einem interessierenden Markt konkurrierenden Anbieter. Durch die problemorientierte Anwendung multiattributiver Auswahlmodelle auf der Basis von Kaufverhaltensdaten kann die Analyse von Wettbewerbssituationen unterstützt werden.

Mit Hilfe solcher Modelle läßt sich z.B. die Kaufentscheidung von Konsumenten für eine von endlich vielen zur Auswahl stehenden Alternativen (Marken) auf eine oder mehrere erklärende Variablen (Attribute) zurückführen. Ziele entsprechender Modellierungen können u.a. die Erklärung vergangener und die attributgestützte Prognose zukünftiger Auswahlentscheidungen, die Beschaffung diagnostischer Informationen hinsichtlich der Sensitivität von Marktanteilen gegenüber Attributänderungen sowie der Nachweis von Substitutions- oder Komplementaritätseffekten zwischen verschiedenen Alternativen sein. Einen guten Überblick über bereits existierende multiattributive Auswahlmodelle geben *Maddala* (1983), *Cooper, Nakanishi* (1988), *Pudney* (1989) und *Ronning* (1991).

Die vorliegende Arbeit motiviert einen erweiterten Ansatz zur Markenwahlmodellierung, mit dessen Hilfe Kaufvergangenheiten in die Betrachtung einbe-

zogen werden können. Die auf einem multinomialen Logit-Modell aufbauende Verallgemeinerung ermöglicht u.a. die Analyse von variablenabhängigem Markenwechselverhalten und liefert Ansatzpunkte für die Berechnung aussagekräftiger Marktkennzahlen.

2. Zur generellen Vorgehensweise bei der Markenwahlmodellierung

Zu den bekanntesten und in der einschlägigen Literatur mit am häufigsten diskutierten Ansätzen zur Modellierung des Auswahlverhaltens und zur Analyse von Marktanteilsentwicklungen auf Konsumgütermärkten zählt das MultiNomiale Logit-Modell (im folgenden kurz MNL-Modell genannt).

Dabei geht man von der Annahme aus, daß sich der Nutzen u_{it} , der einem Käufer aus der Entscheidung für eine Alternative bzw. Marke i ($i=1, K, J$) in Periode t ($t=1, K, T$) entsteht, aus einem deterministischen Nutzenanteil u_{it} und einer stochastischen Störgröße ε_{it} gemäß

$$(1) \quad U_{it} = u_{it} + \varepsilon_{it}, \forall i, t,$$

zusammensetzt. Mit dem Faktor ε_{it} trägt man - in der Interpretation von *McFadden* (1974) - den unterschiedlichen individuellen Präferenzen und damit u.a. der Heterogenität des Kaufverhaltens sowie möglichen Erhebungs- und/oder Spezifikationsfehlern Rechnung. Unterstellt man, daß sich ein Konsument immer für die Alternative entscheidet, die ihm den größtmöglichen Nutzen verspricht, so läßt sich die Wahrscheinlichkeit

$$(2) \quad p_{it} = P(U_{it} > U_{kt}, \forall k \neq i), \forall i, t,$$

daß in Periode t die Alternative i gewählt wird (unter der Extremwert-Verteilungsannahme für die in jeder Periode unabhängig identisch verteilten Störterme ε_{it}), als sogenanntes Standard-MNL-Modell bzw. als Standardform des MNL-Modells durch die Gleichung

Prof. Dr. rer. nat. Wolfgang Gaul ist Inhaber des Lehrstuhls für Quantitative Methoden der Unternehmensplanung, insbesondere Absatz- und Entscheidungstheorie, und Mitglied der Kollegialen Leitung des Instituts für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung der Universität Karlsruhe (TH), Postfach 6980, D-76128 Karlsruhe.

Dr. rer. pol. Reinhold Decker ist wissenschaftlicher Assistent am Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung der Universität Karlsruhe (TH), Postfach 6980, D-76128 Karlsruhe.

Dipl.-Math. oec. Matthias Röhle ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Betriebswirtschaftslehre der Universität Hildesheim, Marienburger Platz 22, D-31141 Hildesheim.

$$(3) \quad p_{it} = \frac{\exp(u_{it})}{\sum_{h=1}^I \exp(u_{ht})}, \forall i, t,$$

ausdrücken. Ausführlichere formale Herleitungen des Standard-MNL-Modells finden sich bei *McFadden* (1974), *Maddala* (1983) und *Ronning* (1991).

Den deterministischen Nutzenanteil einer Alternative i kann man als Linearkombination

$$(4) \quad u_{it} = \sum_{l=1}^L \eta_{il} x_{ilt}, \forall i, t,$$

relevanter Attribute bzw. Marketing-Mix-Variablen (wie z.B. Preis und Displayaufwendungen) auffassen, wobei x_{ilt} die Ausprägung des l -ten Attributes bzw. der l -ten erklärenden Variablen von Alternative i in Periode t und η_{il} eine periodenunabhängige Gewichtung bezeichnet. Setzt man $x_{ilt} = 1, \forall i, t$, so entspricht η_{il} dem bei Response-Modellierungen häufig verwendeten konstanten Intercept und kann als eine Art alternativenspezifischer „Grundnutzen“ interpretiert werden.

Die nachfolgenden Ausführungen gehen von einem die Gesamtbevölkerung repräsentierenden „Durchschnittskonsumenten“ aus, so daß die Auswahl- bzw. Markenwahlwahrscheinlichkeit p_{it} auch gleichzeitig als Marktanteil interpretiert werden kann.

3. Ein Ansatz zur Berücksichtigung von Kaufvergangenheiten in MNL-Modellen

Bei dem soeben beschriebenen Standard-MNL-Modell wird unterstellt, daß die Auswahlwahrscheinlichkeit nur vom aktuellen, d.h. zum Zeitpunkt des Kaufaktes wirksamen Marketing-Mix beeinflusst wird. Kaufvergangenheiten finden hingegen keine Berücksichtigung.

Modifizierte MNL-Ansätze, die u.a. die Berücksichtigung von Kaufvergangenheiten zum Gegenstand haben und eine Modellierung des Markenwechselverhaltens erlauben, finden sich z.B. bei *Carpenter*, *Lehmann* (1985) und *Zufryden* (1986).

In der Arbeit von *Carpenter*, *Lehmann* (1985) wird ein funktionaler Zusammenhang zwischen den

Markenwechselwahrscheinlichkeiten und speziellen (den Wert einer Alternative i relativ zum Wert einer Alternative k beschreibenden) Interaktionsvariablen sowie entsprechenden Gewichtungsparemtern hergestellt. Probleme können sich dabei allerdings aus der Bestimmung der als Modell-Input benötigten Variablenwerte ergeben.

Die von *Zufryden* (1986) vorgeschlagene Variante eines MNL-Modells basiert auf der Einbeziehung markovscher Übergangswahrscheinlichkeiten zur Beschreibung des Markenwechselverhaltens. Zurückliegende Kaufentscheidungen werden dabei in der Weise berücksichtigt, daß die aktuelle Markenwahlentscheidung eines Konsumenten mittels geeigneter definierter Binärvariablen zu der jeweils letzten Markenwahlentscheidung dieses Konsumenten in Beziehung gesetzt wird. Dies setzt allerdings die Verwendung tagesgenauer, individuen-spezifischer Kaufverhaltensdaten voraus. Da aber die Berechnung aussagekräftiger Marktkennzahlen in vielen Fällen eine alternativenspezifische Zusammenfassung mehrerer Markenkäufe in einer Periode erforderlich machen kann bzw. das Aggregationsniveau des für die Modellkalibrierung zur Verfügung stehenden Datenmaterials diese Zusammenfassung bereits impliziert, ist eine solche Vorgehensweise in erster Linie für Betrachtungen auf Individualebene interessant.

Ausgehend von den beiden angesprochenen Modellierungsansätzen und unter Berücksichtigung eigener Untersuchungsergebnisse zum vorliegenden Problemkreis erscheint es sinnvoll, die Wahrscheinlichkeit, daß beim Übergang von Periode $t-1$ nach Periode t ein Wechsel der Präferenz von Marke j zu Marke i stattfindet, über die Differenz der deterministischen Nutzenanteile u_{it} und $u_{j,t-1}$ der beiden Alternativen in den betreffenden Perioden zu bestimmen. Durch die Nutzendifferenz kann das Ausmaß einer Nutzensteigerung bzw. eines Nutzenverlustes infolge eines Markenwechsels zum Ausdruck gebracht werden. Ein Wechsel von Marke j zu Marke i wird somit um so wahrscheinlicher, je größer die dadurch zu erzielende Nutzensteigerung ausfällt. Umgekehrt macht eine kleine oder sogar negative Nutzendifferenz den betreffenden Markenwechsel weniger attraktiv bzw. sogar gänzlich uninteressant.

Formal läßt sich der beschriebene Sachverhalt auf einfache Weise mit Hilfe des bereits vorgestellten MNL-Konzeptes modellieren. Zu diesem Zweck benutzt man - unter Berücksichtigung der angesprochenen Nutzendifferenzen - einen zum Standard-

MNL-Modell analogen Ansatz und erhält so die Wahrscheinlichkeit eines Präferenzwechsels von Marke j (in Periode $t-1$) zu Marke i (in Periode t) als

$$(5) \quad p_{j,t-1,t} = \frac{\exp(\tilde{\eta}_{ji}(1+u_{it}-u_{j,t-1}))}{\sum_{h=1}^I \exp(\tilde{\eta}_{jh}(1+u_{ht}-u_{j,t-1}))}$$

$$= \frac{\exp(\tilde{\eta}_{ji}(1+\sum_{l=1}^L(\eta_{il}x_{ilt}-\eta_{jl}x_{jlt-1})))}{\sum_{h=1}^I \exp(\tilde{\eta}_{jh}(1+\sum_{l=1}^L(\eta_{hl}x_{hlt}-\eta_{jl}x_{jlt-1})))}, \forall i, j; t > 1.$$

Der zweite Teil der Gleichung (5) verdeutlicht die funktionale Abhängigkeit der Wechselwahrscheinlichkeiten $p_{j,t-1,t}$ von den Ausprägungen der erklärenden Variablen in den verschiedenen Perioden. Die zusätzlich zu den jeweiligen Nutzendifferenzen hinzugefügte 1 in der Formel gewährleistet, daß die vom jeweiligen Markenpaar i, j abhängigen Wechselwahrscheinlichkeiten auch dann definiert sind, wenn keine erklärenden Variablen berücksichtigt werden, d.h. wenn $x_{it} = 0, \forall i, l, t$, gilt und damit ein statisches Modell vorliegt. In diesem Fall können die $\tilde{\eta}_{ji}$ als eine Art Übergangparameter interpretiert werden. Die vorliegende Parametrisierung mit unterschiedlichen Gewichten $\tilde{\eta}_{ji}$ und η_{ji} ist darüber hinaus bei mehr als einer Marke und mehr als einer erklärenden Variablen sparsamer als die - zugegebenermaßen naheliegende - alternative Form, bei der Gewichtungen η_{ji} Verwendung finden würden.

Betrachtet man die Übergänge zwischen allen Marken j und i , so führt dies auf die Übergangsmatrix

$$(6) \quad P_{(t-1,t)} = (p_{j,t-1,t})_{j,i=1,\dots,I} = \begin{pmatrix} p_{1,t-1,t} & \dots & p_{I,t-1,t} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{1,t-1,t} & \dots & p_{I,t-1,t} \end{pmatrix}, \forall t > 1.$$

Aus der Definition der Wechselwahrscheinlichkeiten $p_{j,t-1,t}$ folgt: $0 < p_{j,t-1,t} < 1, \forall i, j; t > 1$ und $\sum_{i=1}^I p_{j,t-1,t} = 1, \forall j; t > 1$, d.h., die Zeilensummenrestriktion für markovsche Übergangsmatrizen ist erfüllt und $P_{(t-1,t)}$ ist eine stochastische Matrix. Abkürzend werden wir den mittels Gleichung (5) beschriebenen Ansatz als markovsches MNL-Modell bezeichnen.

Die mittlere Markenwahlwahrscheinlichkeit (bzw. der Marktanteil) p_{it} in bezug auf Marke j in Periode t

in Abhängigkeit von den Markenwahlwahrscheinlichkeiten (bzw. Marktanteilen) der Vorperiode und der Übergangsmatrix $P_{(t-1,t)}$ ergibt sich als

$$(7) \quad p_{it} = (p_{1,t-1,t}, \dots, p_{I,t-1,t}) \cdot \bar{P}_{i(t-1,t)} = \sum_{j=1}^I p_{j,t-1} p_{j,t-1,t}, \forall i; t > 1.$$

$\bar{P}_{i(t-1,t)} = (p_{1,t-1,t}, \dots, p_{I,t-1,t})$ bezeichnet dabei den i -ten Spaltenvektor der Übergangsmatrix $P_{(t-1,t)}$. Durch die beschriebene Vorgehensweise finden Kaufvergangenheiten bei der Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeit p_{it} Berücksichtigung.

Es sei bereits an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß durch den vorgeschlagenen Modellierungsansatz die bei der Standardform des MNL-Modells vorhandene und in der Literatur zum Teil eher kritisch gesehene IIA-Eigenschaft (\rightarrow Independence from Irrelevant Alternatives), d.h. die Unabhängigkeit des Verhältnisses der Auswahlwahrscheinlichkeiten bezüglich zweier Alternativen vom Rest der zur Auswahl stehenden Alternativen, vermieden werden kann.

4. Ausgewählte Marktkennzahlen

Als anwendungsorientierte Ergänzung der vorausgegangenen formalen Beschreibung und im Hinblick auf den praktischen Einsatz des markovschen MNL-Modells wird im folgenden auf einige ausgewählte marktdiagnostische Kenngrößen eingegangen.

Eine besonders für die Planung des zukünftigen Marketing-Mix interessante Kennzahl ist die Elastizität $E_{p_{it}, x_{klt}}$ der Auswahlwahrscheinlichkeit (bzw. des Marktanteils) p_{it} in bezug auf Änderungen der l -ten erklärenden Variablen x_{klt} bei Marke k . Mit ihrer Hilfe läßt sich u.a. die Reagibilität der Auswahlwahrscheinlichkeiten gegenüber Änderungen der (in die Modellierung einbezogenen) Marketing-Variablen überprüfen. Die allgemeine Definition dieser Kennzahl lautet

$$(8) \quad E_{p_{it}, x_{klt}} = \frac{\partial p_{it}}{\partial x_{klt}} \cdot \frac{x_{klt}}{p_{it}}, \forall i, k, l, t.$$

Im Falle der zu Orientierungszwecken angegebenen Standardform des MNL-Modells hat die Elastizität folgende einfache Gestalt

$$(9) \quad E_{p_{it}, x_{kit}} = \begin{cases} \eta_{it} x_{it} (1 - p_{it}), \forall i, k, l, t; i = k, \\ -\eta_{kl} x_{kit} p_{kt}, \forall i, k, l, t; i \neq k, \end{cases}$$

und hängt unmittelbar von der Größe des Variablenwertes x_{kit} ab.

Für $i = k$ bezeichnet man die durch Gleichung (9) beschriebene Kennzahl auch als direkte Elastizität, während man bei $i \neq k$ von Kreuzelastizität spricht. Im Interesse der Vergleichbarkeit der Elastizitäten in bezug auf unterschiedliche erklärende Variablen empfiehlt es sich, letztere vor der Modellanwendung geeignet zu normieren. Aus der Formel für die direkte Elastizität ist ersichtlich, daß bei Marken mit kleinem Marktanteil bereits geringe Variationen in den Variablenwerten (bei entsprechenden Parameterkonstellationen) zu verhältnismäßig großen Änderungen des Marktanteils führen können und damit eine elastische Nachfrage implizieren. Umgekehrt zeichnen sich Marken mit großem Marktanteil durch ein eher unelastisches Reaktionsverhalten aus. Die Kreuzelastizität beschreibt Auswirkungen der Marketing-Aktivitäten konkurrierender Anbieter auf den Marktanteil der Marke i . Beim Standard-MNL-Modell ist in diesem Zusammenhang bemerkenswert, daß die Kreuzelastizität von der Variablenkonstellation der gerade untersuchten Konkurrenzmarke k abhängt. Das bedeutet, daß sich Änderungen der l -ten Marketing-Variablen einer Marke k auf alle Marken i ($i \neq k$) in gleicher Weise auswirken (\rightarrow IIA-Eigenschaft).

Für das markovsche MNL-Modell erhält man analog

$$(10) \quad E_{p_{it}, x_{kit}} = \begin{cases} \eta_{it} \frac{x_{it}}{p_{it}} \sum_{j=1}^I p_{j,t-1} \tilde{\eta}_{ij} p_{j,t} (1 - p_{j,t}), \forall i, k, l, t > 1; i = k, \\ -\eta_{kl} \frac{x_{kit}}{p_{it}} \sum_{j=1}^I p_{j,t-1} \tilde{\eta}_{jk} p_{j,t} p_{j,k}, \forall i, k, l, t > 1; i \neq k. \end{cases}$$

Eine ausführlichere Herleitung dieser Kenngröße findet sich im Anhang. Im Falle der direkten Elastizität ($i = k$) erkennt man strukturelle Ähnlichkeiten mit dem Pendant im Standard-MNL-Modell. Während sich letztere aber nur auf die „eigene“ Auswahlwahrscheinlichkeit p_{it} bezieht, besteht in Gleichung (10) eine zusätzliche funktionale Abhängigkeit von allen I Kaufwahrscheinlichkeiten bzw. Marktanteilen der Vorperiode. Im Gegensatz zum Standard-MNL-Modell kann daher auch (periodenübergreifenden) Interaktionseffekten zwischen den betrachteten Marken Rechnung getragen werden. Auch bei der Kreuzelastizität ($i \neq k$) besteht (im Gegensatz zum

Standard-MNL-Modell) eine Abhängigkeit sowohl von den Marktanteilen aller Marken in der Vorperiode als auch vom eigenen, aktuellen Marktanteil p_{it} . Auf diese Weise können Interaktions- bzw. Konkurrenzbeziehungen zwischen den Alternativen einer Produktklasse Berücksichtigung finden. Die IIA-Eigenschaft wird vermieden.

Abschließend sei noch auf einige bei *Topritzhofer* (1974) näher beschriebene Marktkennzahlen hingewiesen, die sich ebenfalls aus dem markovschen MNL-Modell ableiten lassen. Zu nennen wäre hier z.B. der langfristig zu erwartende Gleichgewichtsmarktanteil einer Marke i bei Fortdauer der gegenwärtig (d.h. in Periode t) vorherrschenden Marktsituation. Weiterhin stellt die mit Hilfe der Wiederholkaufwahrscheinlichkeit $p_{i,t|t}$ berechenbare mittlere Verweilzeit eines (repräsentativen) Konsumenten bei der Marke i einen Indikator für die Retentionsfähigkeit dieser Marke (d.h. die Fähigkeit, einmal gewonnene Kunden auch zukünftig an sich zu binden) dar. Die sogenannte Konvergenzrate schließlich beschreibt die Schnelligkeit, mit der sich ein Markt - vom aktuellen Zustand in Periode t aus betrachtet - auf den Gleichgewichtszustand zubewegt.

5. Anwendungsbeispiel

Im vorliegenden Abschnitt soll die Leistungsfähigkeit des markovschen MNL-Modells anhand eines Datenbeispiels demonstriert werden. Ausgangsbasis sind die in Abbildung 1 (zur Veranschaulichung graphisch) dargestellten zeitlichen Entwicklungen zweier normierter Marketing-Variablen „Preis“ [in GE] und „Displayaufwendungen“ [in GE] für drei Marken M_1, M_2 und M_3 sowie die zugehörigen und in Tabelle 1 wiedergegebenen Marktanteile. Die Preis- und Marktanteilsentwicklungen sind für die einzelnen Marken negativ, die Display- und Marktanteilsentwicklungen hingegen positiv korreliert. Es wurde bewußt ein Beispiel (und innerhalb des Beispiels ein Zeitraum) mit teilweise markanten Schwankungen der Marktanteile im Zeitablauf gewählt, um die Sensibilität des Ansatzes gegenüber derartigen Strukturänderungen zu verdeutlichen.

Auf dieser Datengrundlage kann nun eine Schätzung der insgesamt neun unbekanntenen Übergangsmatrizen erfolgen und zwar derart, daß ausgehend von den tatsächlichen Marktanteilen der drei Marken in Periode 1 und unter Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung der beiden erklärenden Variablen eine möglichst gute Anpassung an die Marktanteils-

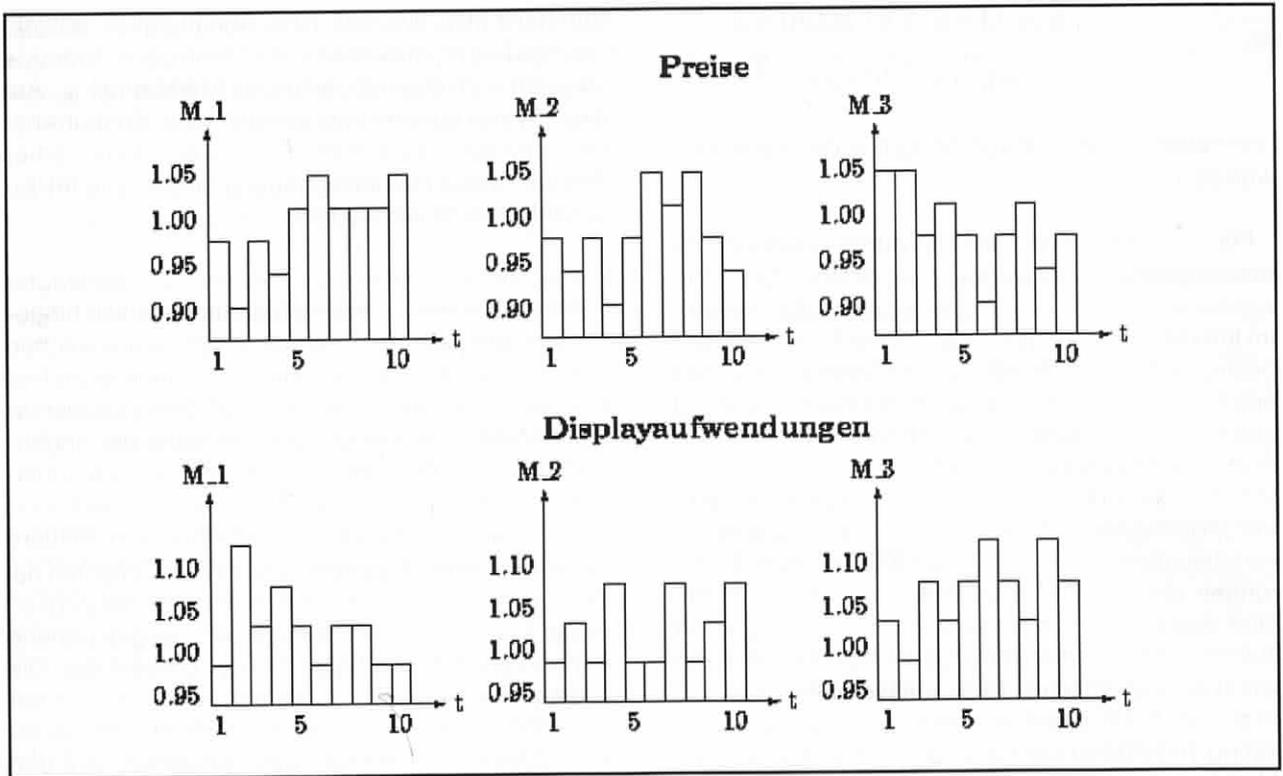


Abb. 1: Zeitliche Entwicklung der Marketing-Mix-Variablen

Marke	Periode									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M_1	0.330	0.430	0.310	0.330	0.280	0.195	0.270	0.360	0.220	0.185
M_2	0.345	0.335	0.280	0.375	0.290	0.205	0.320	0.225	0.310	0.405
M_3	0.325	0.235	0.410	0.295	0.430	0.600	0.410	0.415	0.470	0.410

Tab. 1: Tatsächliche Marktanteile der drei betrachteten Marken

Marke	Periode									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M_1	0.330	0.436	0.319	0.330	0.291	0.206	0.259	0.335	0.219	0.187
M_2	0.345	0.329	0.281	0.390	0.275	0.205	0.311	0.246	0.299	0.406
M_3	0.325	0.235	0.400	0.280	0.434	0.589	0.430	0.419	0.482	0.407

Tab. 2: Geschätzte Marktanteile im markovschen MNL-Modell

verteilung in den Perioden 2 bis 10 erzielt wird. Die auf diese Weise erhaltenen Marktanteilsschätzer sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Als Vergleichsgrundlage sind in Tabelle 3 die relativen Abweichungen zwischen den tatsächlichen und den geschätzten Marktanteilen angegeben, und zwar sowohl für das variabelengestützte markovsche MNL-Modell als auch für das Standard-MNL-Modell

und - als Kontrast - für die statische Variante des markovschen MNL-Modells, bei der keine zeitabhängigen erklärenden Variablen berücksichtigt werden. Die über die Marken gemittelten Ergebnisse attestieren den beiden variablenabhängigen MNL-Modellen eine sehr gute Anpassung an die gegebenen Marktanteilsstrukturen und unterstreichen die Zweckmäßigkeit dynamischer Ansätze, wenn es darum geht, zeitabhängige Marktanteilsschwän-

kungen adäquat abzubilden. Darüber hinaus dokumentieren die in der letzten Tabellenspalte angegebenen, über alle Perioden gemittelten Abweichungswerte eine zusätzliche Überlegenheit des markovschen Ansatzes gegenüber dem Standard-MNL-Modell. Das markovsche MNL-Modell eignet sich damit auch für die variabelengestützte Prognose zukünftiger Marktanteile und für die Durchführung von Sensitivitätsanalysen im Rahmen der Marketing-Mix-Planung.

Ein weiterer Vorteil des markovschen Ansatzes besteht darin, daß sich damit auch Erkenntnisse über das Markenwechselverhalten bzw. die zwischen den Marktanteilsstrukturen aufeinanderfolgender Perioden bestehenden Übergangsbeziehungen gewinnen lassen.

Einen Eindruck von der Gestalt der auf Basis des markovschen MNL-Modells geschätzten Übergangsmatrizen gibt Tabelle 4. Der durch die zeitliche Entwicklung der Variablen bedingte Wechsel der Marktführerschaft von Marke 3 in Periode 3 zu Marke 2 in Periode 4 (Preissenkung und Erhöhung der Displayaufwendungen bei Marke 2; umgekehrte Entwicklung bei Marke 3) und zurück zu Marke 3 in den Perioden 5 und 6 (Preissenkung und Erhöhung der Displayaufwendungen bei Marke 3; Preiserhöhung und zurückgehende bzw. konstante Displayaufwendungen bei Marke 2), der bereits aus den Tabellen 1 und 2 abzulesen war, wird auch an den in Tabelle 4 gezeigten Übergangsmatrizen deutlich (vgl. hierzu auch die zeitliche Entwicklung der angegebenen Spaltensummen).

Im Hinblick auf die Beurteilung der inhaltlichen Qualität der weiter unten diskutierten Elastizitäten

empfiehlt es sich, zunächst einen Blick auf die geschätzten Modellkoeffizienten zu werfen. Wie aus Tabelle 5 zu ersehen ist, weisen alle Variablen-gewichte η_{it} die (nach den oben beschriebenen Korrelationsbeziehungen zwischen den erklärenden Variablen und den Marktanteilen) zu erwartenden Vorzeichen auf. Die Größenunterschiede zwischen den einzelnen Parametern resultieren u.a. aus der unterschiedlichen Schwankungsintensität der korrespondierenden Erklärungsvariablen und der Stärke ihres Einflusses auf die Marktanteilsentwicklung. Die Schätzer für die hier nicht gezeigten Parameter $\bar{\eta}_{it}$ liegen durchweg im Intervall [0,5; 1,7]. Beim Standard-MNL-Modell ergeben sich für die entsprechenden Schätzer ähnliche Parameterkonstellationen wie beim markovschen MNL-Modell.

Marke	Preisvariable	Displayvariable
M_1	-4.654	2.391
M_2	-4.945	2.522
M_3	-3.699	1.671

Tab. 5: Geschätzte Gewichtungsparmeter im markovschen MNL-Modell

Betrachtet man die gemäß den Formeln (9) und (10) berechneten Elastizitäten im Standard- bzw. im markovschen MNL-Modell in Tabelle 6, so fällt bei den zuerst genannten Elastizitätswerten die aus der IIA-Eigenschaft des zugrunde liegenden Modellansatzes resultierende (periodenweise) Identität der Kreuzelastizitäten in bezug auf die einzelnen Erklärungsvariablen ins Auge. Demnach würden sich z.B. Änderungen des Preises bei der Marke M_1 in Periode 4 auf den Marktanteil der Marken M_2 und M_3 (im Standard-MNL-Modell) in gleicher Weise ($E_{p_{M_1}, s_{114}} = E_{p_{M_1}, s_{114}} = 1.338$) auswirken. Die Marktbedeutung

Modellvariante	Periode										Mittel
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Standard-MNL	-	4.37	1.52	6.44	3.10	2.36	2.79	6.33	2.73	2.69	3.59
Markov. MNL	-	1.13	1.85	2.99	3.34	2.60	3.89	5.81	2.31	0.72	2.74
Stat. mark. MNL	-	26.79	7.06	21.41	3.27	39.04	4.39	23.53	6.51	21.87	17.10

Tab. 3: Relative Abweichungen von den tatsächlichen Marktanteilen in Prozent

Marke	Periode 3 - 4			Periode 4 - 5			Periode 5 - 6		
	M_1	M_2	M_3	M_1	M_2	M_3	M_1	M_2	M_3
M_1	0.297	0.272	0.431	0.245	0.220	0.535	0.148	0.125	0.727
M_2	0.182	0.693	0.125	0.284	0.366	0.350	0.236	0.347	0.417
M_3	0.460	0.270	0.270	0.354	0.213	0.433	0.226	0.169	0.605
Summe	0.939	1.235	0.826	0.883	0.799	1.318	0.610	0.641	1.749

Tab. 4: Geschätzte Übergangsmatrizen im markovschen MNL-Modell

der beiden konkurrierenden Marken bleibt unberücksichtigt. Diese in vielen Produktbereichen unrealistische Konstellation der Kenngrößen wird beim markovschen Ansatz vermieden. Im vorliegenden Beispiel ergeben sich (beim markovschen MNL-Modell) Kennwerte ($E_{p_{11},x_{11}} = 1.242$ und $E_{p_{11},x_{11}} = 1.526$), die der unterschiedlichen Marktbedeutung der betreffenden Alternativen M_2 und M_3 (vgl. hierzu auch Tabelle 2) Rechnung tragen. So spricht das markovsche MNL-Modell z.B. der Marke M_2 in der betrachteten Periode 4 eine geringere Empfindlichkeit gegenüber Preisänderungen der Konkurrenzmarke M_1 zu als der Marke M_3.

Insgesamt weisen die aus dem markovschen MNL-Modell berechneten Elastizitäten eine größere Variabilität auf als jene des Standard-Ansatzes und sind damit eher in der Lage, Interaktionsbeziehungen zwischen den einzelnen Alternativen angemessen zu beschreiben. Existierende Abhängigkeitsbeziehungen lassen sich auf diese Weise differenzierter bewerten, was auch der Unterscheidbarkeit von elastischen ($|E_{p_{i,j},x_{i,j}}| > 1$) und unelastischen ($|E_{p_{i,j},x_{i,j}}| < 1$) Marktanteil-Variablen-Beziehungen zugute kommt.

Ergänzend sei noch angemerkt, daß sich der markovsche MNL-Ansatz auch bei mehrmaliger Wiederholung der Kalibrierung mit jeweils unterschiedlichen Startkonfigurationen durch die Stabilität der erhaltenen Schätzwerte auszeichnet.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde eine Erweiterung des bekannten multinomialen Logit-Modells vorgestellt, die es ermöglicht, Kaufvergangenheiten in die Modellierung des Auswahlverhaltens mit einzubeziehen und die in der Literatur häufig kritisierte IIA-Eigenschaft zu umgehen. Die gute Anpassungsfähigkeit des als markovsches MNL-Modell bezeichneten Ansatzes an dynamische Marktstrukturen wurde anhand eines konkreten Datenbeispiels demonstriert. Das Modell erlaubt nicht nur Aussagen über das Auswahlverhalten und die zeitliche Entwicklung von Marktanteilen bzw. deren Sensibilität in bezug auf Änderungen relevanter Einflußgrößen, sondern auch über das gegenwärtige und das zukünftig zu erwartende Markenwechselverhalten auf einem interessierenden Markt.

Durch das zur Beschreibung des Markenwechselverhaltens verwendete Modellierungskonzept können bei konsumentenspezifischen Betrachtungen Mehrfachkäufe innerhalb einer Periode zugelassen werden. Das markovsche MNL-Modell kann damit auch in ein stochastisches Markenwahlmodell, das sich seinerseits wiederum mit einem Modell zur Beschreibung von Kaufhäufigkeiten kombinieren läßt, integriert werden. Für eine anwendungsorientierte Diskussion der Charakteristika von stochastischen Kaufverhaltensmodellen verweisen wir z.B. auf *Topritzhof* (1974) und *Wagner* (1988).

Marktanteil	Standard-MNL-Modell						Markovsches MNL-Modell					
	Preis			Display			Preis			Display		
	x_{113}	x_{213}	x_{313}	x_{123}	x_{223}	x_{323}	x_{113}	x_{213}	x_{313}	x_{123}	x_{223}	x_{323}
p_{13}	-2.950	1.332	1.557	1.700	-0.688	-0.812	-2.689	1.422	1.439	1.460	-0.732	-0.718
p_{23}	1.313	-3.425	1.557	-0.757	1.769	-0.812	1.207	-3.443	1.289	-0.655	1.771	-0.643
p_{33}	1.313	1.332	-2.214	-0.757	-0.688	1.154	1.294	1.284	-2.054	-0.703	-0.661	1.025
	x_{114}	x_{214}	x_{314}	x_{124}	x_{224}	x_{324}	x_{114}	x_{214}	x_{314}	x_{124}	x_{224}	x_{324}
p_{14}	-2.767	1.793	1.044	1.731	-1.095	-0.502	-2.763	1.482	1.153	1.628	-0.902	-0.531
p_{24}	1.338	-2.612	1.044	-0.837	1.596	-0.502	1.242	-2.204	0.851	-0.732	1.341	-0.392
p_{34}	1.338	1.793	-2.866	-0.837	-1.095	1.379	1.526	1.323	-2.544	-0.900	-0.805	1.171

Tab. 6: Aus den variablenabhängigen MNL-Modellen für die Perioden 3 und 4 geschätzte Elastizitäten

Anhang

Nachfolgend sind wesentliche Zwischenschritte bei der Berechnung der Elastizitäten im markovschen MNL-Modell dargestellt.

Ausgehend von der durch Gleichung (7) spezifizierten Berechnungsvorschrift für den Marktanteil p_{it} in der aktuellen Periode t und unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Marktanteile $p_{j,t-1}$ der Vorperiode $(t-1)$ nicht von den erklärenden Variablen x_{it} der aktuellen Periode abhängen, läßt sich die Berechnung der direkten Elastizität ($i = k$) auf die Berechnung der Ableitung der Wechselwahrscheinlichkeiten gemäß

$$(11) \quad \frac{\partial p_{it}}{\partial x_{it}} = \sum_{j=1}^I p_{j,t-1} \cdot \frac{\partial p_{j,t-1}}{\partial x_{it}}, \forall i, l; t > 1,$$

zurückführen. Mit Gleichung (5) und unter Anwendung der Quotientenregel gilt

$$(12) \quad \frac{\partial p_{j,t-1}}{\partial x_{it}} = \tilde{\eta}_{ji} \eta_{il} p_{j,t-1} (1 - p_{j,t-1}), \forall i, j, l; t > 1.$$

Aus der sich damit ergebenden Ableitung der Marktanteilsfunktion

$$(13) \quad \frac{\partial p_{it}}{\partial x_{it}} = \eta_{il} \sum_{j=1}^I p_{j,t-1} \tilde{\eta}_{ji} p_{j,t-1} (1 - p_{j,t-1}), \forall i, l; t > 1,$$

und Gleichung (8) erhält man dann die in Gleichung (10) dargestellte direkte Elastizität.

Die Herleitung der Kreuzelastizität ($i \neq k$) erfolgt analog. Dabei wird ausgenutzt, daß für $i \neq k$ die Ableitung des Zählers in Gleichung (5) nach x_{kit} gleich Null ist. Die Beziehung

$$(14) \quad \frac{\partial p_{it}}{\partial x_{kit}} = -\eta_{ki} \sum_{j=1}^I p_{j,t-1} \tilde{\eta}_{jk} p_{j,t-1} p_{j,t-1}, \forall i, k, l; t > 1; i \neq k,$$

führt dann durch Einsetzen in Gleichung (8) auf die gesuchte Formel für die Kreuzelastizität.

Literatur

Carpenter, G. S.; D. R. Lehmann, (1985): A Model of Marketing Mix, Brand Switching, and Competition, *Journal of Marketing Research*, Vol. 22, August, S. 318 - 329.

Cooper, L. G.; M. Nakanishi (1988): *Market-Share Analysis: Evaluating Competitive Marketing Effectiveness*, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Maddala, G. S. (1983): *Limited-dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, Cambridge.

McFadden, D. (1974): *Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior*, in: Zarembka, P. (Ed.): *Frontiers in Econometrics*, Academic Press, New York, S. 105 - 142.

Pudney, S. (1989): *Modelling Individual Choice - The Econometrics of Corners, Kinks and Holes*, Basil Blackwell, Oxford.

Ronning, G. (1991): *Mikroökonomie*, Springer, Berlin.

Topritzhofer, E. (1974): *Absatzwirtschaftliche Modelle des Kaufentscheidungsprozesses unter besonderer Berücksichtigung des Markenwahlaspektes*, Verlag der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Wien.

Wagner, U. (1988): *Vollstochastische Kaufverhaltensmodelle*, *Der Markt*, Jg. 27, Nr. 104, S. 36 - 45.

Zufryden, F. S. (1986): *Multibrand Transition Probabilities as a Function of Explanatory Variables: Estimation by a Least-Squares-Based Approach*, *Journal of Marketing Research*, Vol. 23, May, S. 177 - 183.